

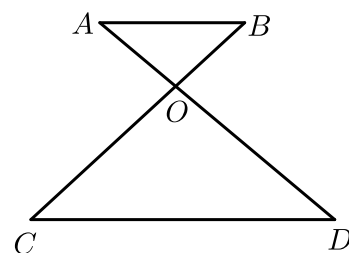
第3讲 三角形倒角模型

一、基本模型

飞镖模型	8字模型	双垂模型	Rt△模型
_____	_____	_____	_____
-	-	-	-

例题1

1. 如图， $AB \parallel CD$ ， AD 、 BC 相交于 O 点， $\angle BAD = 35^\circ$ ， $\angle BOD = 76^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数是（ ）。



A. 31°

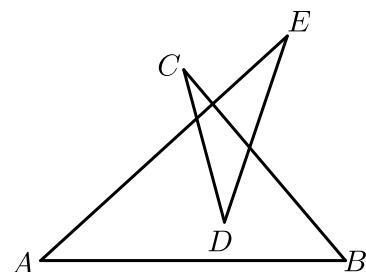
B. 35°

C. 41°

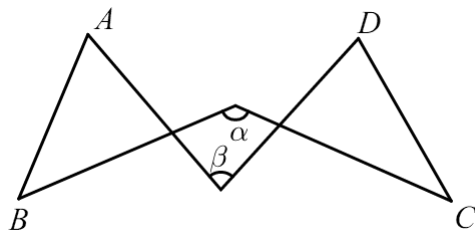
D. 76°

练习1

2. 如图， $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

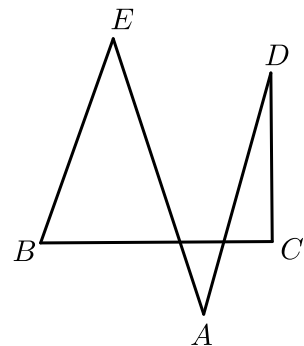


3. 如图，已知 $\angle\alpha = 133^\circ$ ， $\angle\beta = 83^\circ$ ，求 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = (\quad)$.



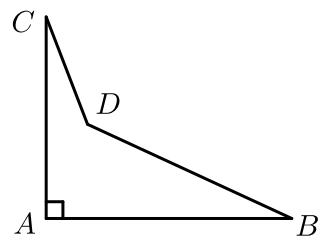
- A. 212° B. 214° C. 216° D. 218°

4. 如图 $\angle A = 30^\circ$ ，求 $\angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ 的度数 .



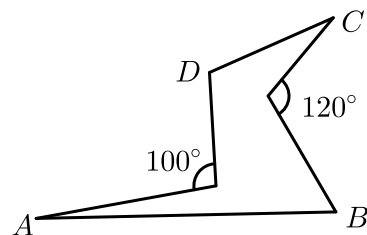
|| 例题2

5. 如图，若检查工人量得一个零件的 $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle B = 32^\circ$ ， $\angle C = 21^\circ$ ，则 $\angle BDC = \underline{\hspace{1cm}}$ 度 .

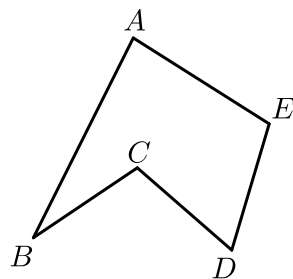


|| 练习2

6. 如图， $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = \underline{\hspace{1cm}}$.



7. 如图, 已知 $\angle C = 105^\circ$, 求 $\angle A + \angle B + \angle D + \angle E = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$.



练习3

8. 已知: 如图1, 线段 AB 、 CD 相交于点 O , 连接 AD 、 CB , 我们把形如图1的图形称之为“8字形”, 试解答下列问题:

(1) 在图1中, 试说明 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ 之间的数量关系, 推导过程如下:

$\therefore$ 在 $\triangle AOD$ 中, $\angle AOD + \underline{\hspace{1cm}} + \angle A = 180^\circ$,

在 $\triangle COB$ 中, $\angle COB + \underline{\hspace{1cm}} + \angle C = 180^\circ$,

又 $\because \angle AOD = \angle COB$,

$\therefore \underline{\hspace{1cm}}$.

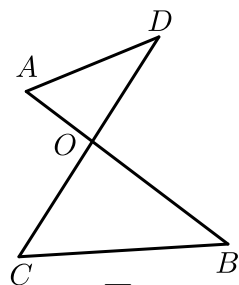


图1

(2) 在图2中, 若 $\angle D = 40^\circ$, $\angle B = 36^\circ$, $\angle DAB$ 和 $\angle BCD$ 的平分线 AP 和 CP 相交于点 P , 并且与 CD 、 AB 分别相交于 M 、 N , 利用(1)的结论, 试求 $\angle P$ 的度数.

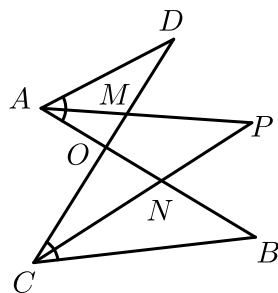


图2

(3) 如果图2中 $\angle D$ 和 $\angle B$ 为任意角时, 其他条件不变. 试问 $\angle P$ 与 $\angle D$ 、 $\angle B$ 之间存在着怎样的数量关系.

9. “8 字” 的性质及应用 .

(1) 如图1 , AD 、 BC 相交于点 O , 得到一个 “8 字” $ABCD$, 求证 : $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D$

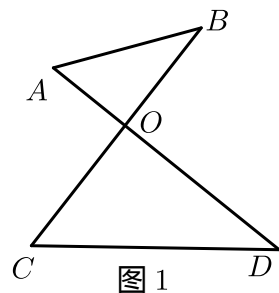


图 1

(2) 如 (1) 中方式 , 图2中共有 “8字” $ABCD$ 、 “8字” _____ 和 “8字” _____ .

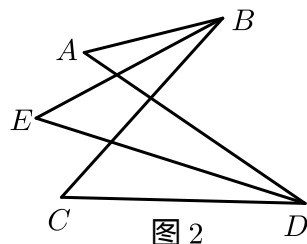


图 2

(3) 如图2 , $\angle ABC$ 和 $\angle ADC$ 的平分线相交于点 E , 利用 (1) 中的结论证明 :

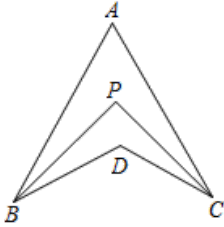
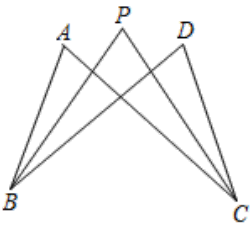
$$\angle E = \frac{1}{2}(\angle A + \angle C) .$$

二、 角平分线模型

1. 角平分线模型

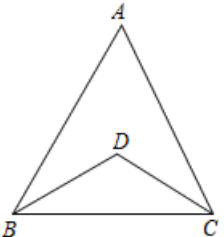
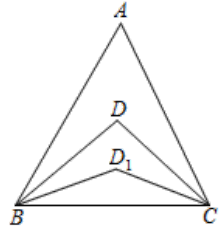
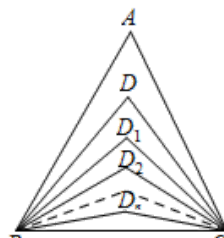
内角平分线模型	外角平分线模型	一内一外平分线模型	角平分线综合模型
_____	_____	_____	_____

2. 角平分线模型综合

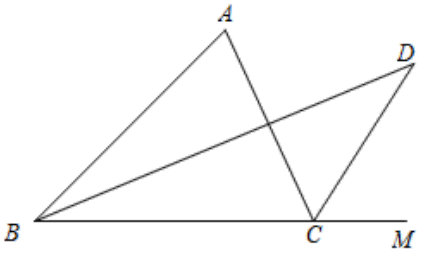
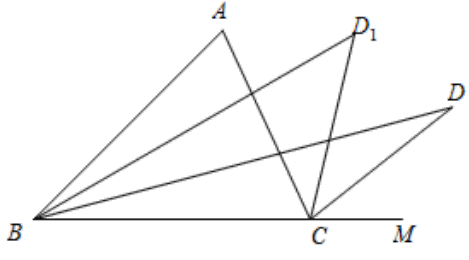
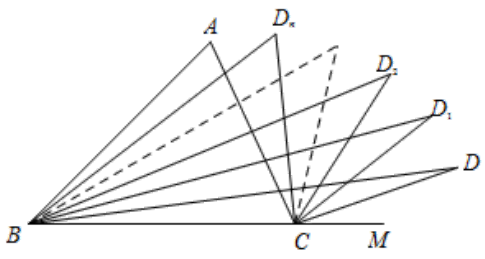
燕尾+角平分线	蝴蝶+角平分线
	
_____	_____

3. 角平分线模型结论

(1) 内角平分线模型结论

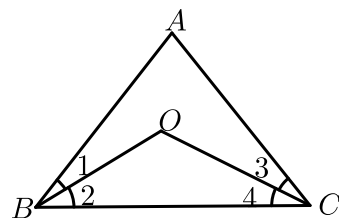
模型	结论
 角平分线	$\angle D = \frac{180^\circ + \angle A}{2}$
 角三等分线	_____
...	...
 角n等分线	_____

(2) 一内一外角平分线模型结论

模型	结论
 角平分线	$\angle D = \frac{1}{2} \angle A$
 角三等分线	_____
...	...
 角n等分线	_____

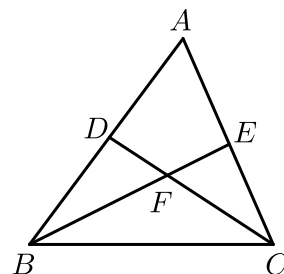
|| 例题3

10. 如图， O 是 $\triangle ABC$ 内一点，且 BO 、 CO 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ ，若 $\angle A = 46^\circ$ ，则 $\angle BOC =$ _____；若 $\angle A = n^\circ$ ，则 $\angle BOC =$ _____。

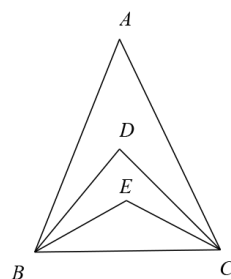


练习4

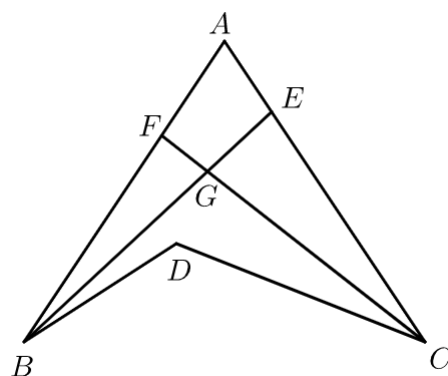
11. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 、 $\angle C$ 的平分线 BE 、 CD 相交于点 F ， $\angle A = 60^\circ$ ，则 $\angle BFC =$ _____ .



12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 50^\circ$ ， E 是 $\triangle ABC$ 内一点， $\angle BEC = 150^\circ$ ， $\angle ABE$ 的平分线与 $\angle ACE$ 的平分线相交于点 D ，则 $\angle BDC$ 的度数为多少？

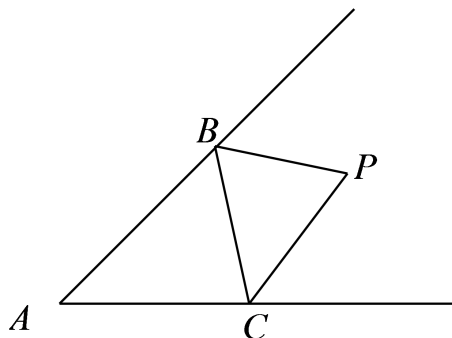


13. 如图， BE 平分 $\angle ABD$ ， CF 平分 $\angle ACD$ ， BE 与 CF 相交于 G 。若 $\angle BDC = 140^\circ$ ， $\angle BGC = 100^\circ$ ，则 $\angle A =$ _____ .



例题4

14. 如图， $\triangle ABC$ 的 $\angle B$ ， $\angle C$ 的外角的平分线交于点 P 。



(1) 若 $\angle ABC = 50^\circ$ ， $\angle A = 70^\circ$ ，则 $\angle P =$ _____。

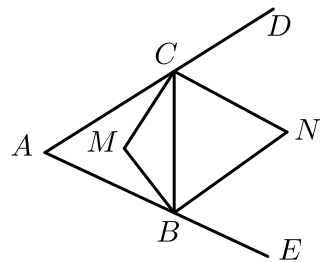
(2) 若 $\angle ABC = 48^\circ$ ， $\angle A = 70^\circ$ ，则 $\angle P =$ _____。

(3) 若 $\angle A = 68^\circ$ ，则 $\angle P =$ _____。

(4) 根据以上计算，试写出 $\angle P$ 与 $\angle A$ 的数量关系。

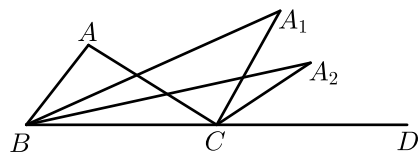
练习5

15. 如图，点 M 是 $\triangle ABC$ 两个内角平分线的交点，点 N 是 $\triangle ABC$ 两个外角平分线的交点，如果 $\angle CMB : \angle CNB = 2 : 1$ ，则 $\angle CAB$ 的度数为 _____ $^\circ$ 。



例题5

16. 如图 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 96^\circ$ ，延长 BC 到 D ， $\angle ABC$ 与 $\angle ACD$ 的平分线相交于点 A_1 ， $\angle A_1BC$ 与 $\angle A_1CD$ 的平分线相交于点 A_2 ，依此类推， $\angle A_4BC$ 与 $\angle A_4CD$ 的平分线相交于点 A_5 ，则 $\angle A_5$ 的度数为 ()。



A. 3°

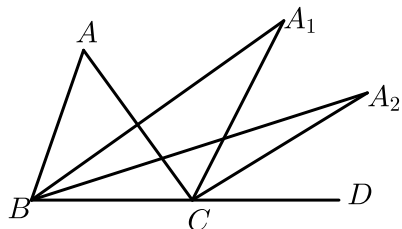
B. 6°

C. 19.2°

D. 24°

练习6

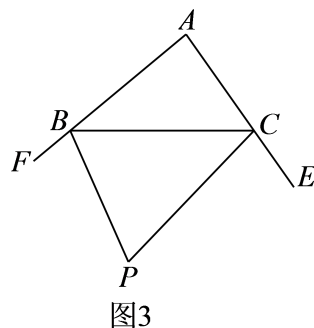
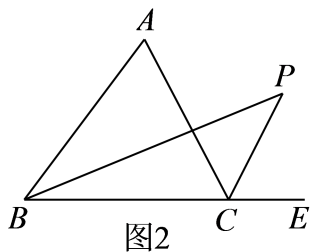
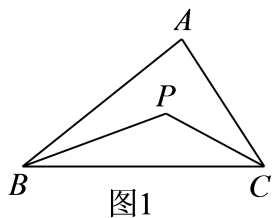
17. 如图， $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角， $\angle ABC$ 的平分线与 $\angle ACD$ 的平分线交于点 A_1 ， $\angle A_1BC$ 的平分线与 $\angle A_1CD$ 的平分线交于点 A_2 ， $\dots$ ， $\angle A_{n-1}BC$ 的平分线与 $\angle A_{n-1}CD$ 的平分线交于点 A_n ，设 $\angle A = \theta$ ，则 $\angle A_n =$ _____.



练习7

18. 已知 $\triangle ABC$,

- (1) 如图1，若点 P 是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线的交点，则 $\angle P = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$.
 (2) 如图2，若点 P 是 $\angle ABC$ 和外角 $\angle ACE$ 的平分线的交点，则 $\angle P = 90^\circ - \angle A$.
 (3) 如图3，若点 P 是外角 $\angle CBF$ 和 $\angle BCE$ 的平分线的交点，则 $\angle P = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$.



上述说法正确的个数是() .

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

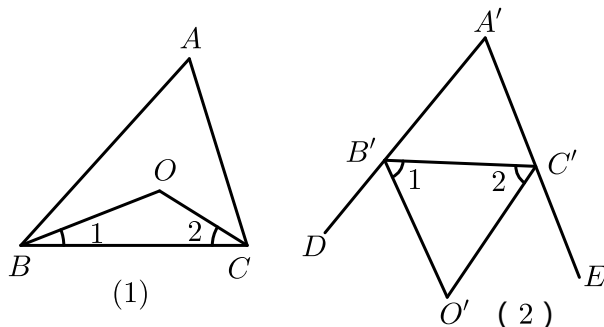
19. 请回答下列各题：

(1) 如图(1), 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 O .

(a) 若 $\angle A = 60^\circ$, 求 $\angle BOC$ 的度数.

(b) 若 $\angle A = n^\circ$, 则 $\angle BOC = \underline{\hspace{2cm}}$.

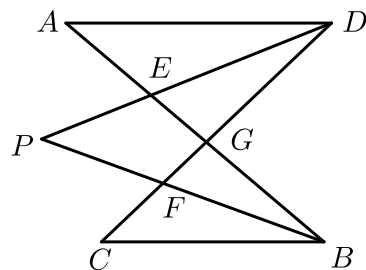
(c) 若 $\angle BOC = 3\angle A$, 则 $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$.



(2) 如图(2), 在 $\triangle A'B'C'$ 中的外角平分线相交于点 O' , $\angle A' = 40^\circ$, 求 $\angle B'O'C'$ 的度数.

(3) 上面(1), (2)两题中的 $\angle BOC$ 与 $\angle B'O'C'$ 有怎样的数量关系?

20. 如图所示: DP 平分 $\angle ADC$, BP 平分 $\angle ABC$, DP 与 BP 相交于点 P , AB 与 PD 相交于点 E , CD 与 PB 相交于点 F , AB 与 CD 相交于点 G .



(1) 若 $\angle A = 37^\circ$, $\angle C = 39^\circ$, 求 $\angle P$ 是多少度.

(2) 若 $\angle A = 47^\circ$, $\angle C = 53^\circ$, 请直接写出 $\angle P$ 是多少度.

(3) 若 $\angle A = \alpha$, $\angle C = \beta$, 请直接写出 $\angle P$ 是多少度.

21. 如图1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 的平分线与 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 P .

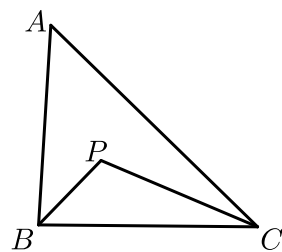


图 1

- (1) 若 $\angle ABC = 50^\circ$, $\angle ACB = 80^\circ$, 则 $\angle A =$ _____ 度, $\angle P =$ _____ 度 .
- (2) $\angle A$ 与 $\angle P$ 的数量关系为 _____ , 并说明理由 .
- (3) 如图2, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 的平分线与 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 P . $\angle ABC$ 的外角平分线与 $\angle ACB$ 的外角平分线相交于点 Q . 直接写出 $\angle A$ 与 $\angle Q$ 的数量关系为 _____ .

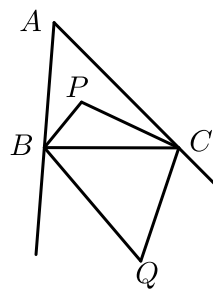


图 2